

I INFORMATYKA, LISTA 5

Całki oznaczone

1. Obliczyć całki oznaczone:

$$\int_1^4 \sqrt{x} dx, \quad \int_2^{2\sqrt{3}} \frac{dt}{4+t^2}, \quad \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}, \quad \int_0^3 e^{\frac{x}{3}} dx, \quad \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 4x dx.$$

2. Obliczyć wartości średnie podanych funkcji na wskazanych przedziałach:

- (a) $f(x) = x^2$, $\langle -1, 1 \rangle$,
- (b) $f(x) = \ln x$ $\langle 1, e \rangle$,
- (c) $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$, $\langle -1, 1 \rangle$,
- (d) $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$, $\langle 0, 1 \rangle$.

3. Uzasadnić (bez obliczania całek) równości:

$$\int_{-1}^1 e^{x^2} \sin x dx = 0; \quad \int_{-2}^2 x \sin^3 x dx = 2 \int_0^2 x \sin^3 x dx$$

4. Obliczyć pola obszarów ograniczonych liniami:

- (a) parabolą $y = 6x - x^2$ i osią Ox,
- (b) hiperbolą $xy = 6$ i prostą $y = 7 - x$,
- (c) hiperbolą $xy = 4$ i prostymi $x = 1$, $x = 4$, $y = 0$,
- (d) $y = \ln x$, $x = e$, $y = 0$,
- (e) parabolami: $y = x^2$ i $y = 2 - x^2$,
- (f) parabolą $y = x^2 + 4x$ i prostą $y = x + 4$.