Lista zadań z logiki nr 4

1. Określ wartości logiczne zdań:

   $a)\ \forall_{x\in R}\ (x>1\ \wedge\ x<1)$, $\quad b)\ \exists_{x\in R}\ (x>1\ \wedge\ x<1)$, $\quad d)\ \forall_{x\in R}\ (x>1\ \vee\ x<1)$,
   $e)\ \forall_{x\in R}\ (x>0 \Rightarrow x>1)$, $\quad f)\ \exists_{x\in R}\ (x^2-1=0\ \Rightarrow\ x+1=0)$,
   $g)\ \neg\exists_{x\in R}\ (x^2-1=0\ \Rightarrow\ x+1=0)$, $\quad h)\ \neg\exists_{x\in R}\ (\neg(x>1)\ \vee\ \neg(x^2=4))$

2. Udowodnij, że:

   (a) $\forall_{x\in U}\ (\varphi(x)\wedge\psi(x))\ \Leftrightarrow\ (\forall_{x\in U}\ \varphi(x)\wedge\forall_{x\in U}\ \psi(x))$,

   (b) $\exists_{x\in U}(\varphi(x)\vee\psi(x))\ \Leftrightarrow\ \exists_{x\in U}\varphi(x)\vee\exists_{x\in U}\psi(x)$,

3. Udowodnij implikację oraz wskaż kontrprzykład na niezachodzenie implikacji odwrotnej.

   (a) $(\forall_{x\in U}\varphi(x)\vee\forall_{x\in U}\psi(x))\Rightarrow\forall_{x\in U}(\varphi(x)\vee\psi(x))$.

   (b) $\forall_{x\in U}(\varphi(x)\Rightarrow\psi(x))\ \Rightarrow\ (\exists_{x\in U}\varphi(x)\Rightarrow\exists_{x\in U}\psi(x))$.

   (c) $\forall_{x\in U}\varphi(x)\ \Rightarrow\ \exists_{x\in U}\varphi(x)$.

   (d) $\exists_{x\in U}\ \forall_{y\in U}(\varphi(x,y)\Rightarrow\ \forall_{y\in U}\ \exists_{x\in U}\varphi(x,y))$.

4. Podać przykłady funkcji zdaniowych $\varphi(x)$ i $\psi(x)$, $x\in\mathbb{R}$ dla których nastepujące implikacje będą fałszywe:

   (a) $(\exists_{x\in R}\varphi(x)\ \Rightarrow\ \exists_{x\in R}\ \psi(x))\Rightarrow\forall_{x\in R}\ (\varphi(x)\Rightarrow\psi(x))$.

   (b) $\exists_{x\in R}(\varphi(x)\ \Rightarrow\ \psi(x))\Rightarrow(\exists_{x\in R}\ \varphi(x)\Rightarrow\exists_{x\in R}\ \psi(x))$.