

ĆWICZENIA Z ALGEBRY LINIOWEJ I GEOMETRII ANALITYCZNEJ
Zestaw I: liczby zespolone

1. Wykonać działania: $(1 - 3i)(2 - 4i)$, $(2 - 3i)(1 + 5i)$, $\frac{1+i}{2+i}$, $\frac{4+6i}{i-5}$.
2. Korzystając z postaci algebraicznej rozwiązać równania:
a) $z^2 + 4i = 0$, b) $\operatorname{Re} z - 3\operatorname{Im} z = 2$, c) $\frac{z+2}{i-1} = \frac{3z+i}{2+i}$,
d) $2z + (3-i)\bar{z} = 5 + 4i$, e) $z+i = \overline{z+i}$, f) $z + \bar{z} + i(z - \bar{z}) = 5 + 3i$.
3. Wskazać na płaszczyźnie zespolonej zbiory liczb spełniających warunki:
a) $|z - 1 - i| = 1$, b) $1 \leq |z + 2 - i| \leq 3$ i $-\frac{\pi}{3} \leq \operatorname{Arg} z \leq \frac{\pi}{3}$,
c) $|z + 5| = |3i - z|$, d) $z^2 = \bar{z}$.
4. Przedstawić w postaci trygonometrycznej i wykładniczej:
 -5 , $1 + i$, $2i$, $\sqrt{3} + i$, $-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$, $\frac{1-i}{1+i}$.
5. Obliczyć (np. korzystając ze wzoru Moivre'a) :
a) $(1+i)^{10}$, b) $(1-i)^8(2i-2)^3$, c) $(-1-i)^5(1-\sqrt{3}i)^{-6}$,
d) $\frac{i^3(1-i)^9}{(1-\sqrt{3}i)^7(\sqrt{3}+i)^8}$, e) $\frac{(1+i)^2 e^{i\pi}}{(1-i)^3 e^{-i\frac{\pi}{4}}}$.
6. Obliczyć: \sqrt{i} , $\sqrt[4]{-1}$, $\sqrt[3]{-2+2i}$, $\sqrt[3]{8i}$, $\sqrt{\sqrt{3}+4i}$.
7. Rozwiązać równania w dziedzinie zespolonej:
a) $z^2 - 2z + 4 = 0$, b) $z^8 + 15z^4 - 16 = 0$, c) $z^4 + z^2 + 1 = 0$,
d) $z^2 + 3z + 3 - i = 0$, e) $z^2 + (2i-1)z + 1 + 5i = 0$,
f) $z^2 - (3-2i)z + (5-5i) = 0$, g) $z^7 = \bar{z}$, h) $z^6 + 2i|z|^6 = \bar{z}^6$.

Wsk. W przykładach g) i h) skorzystać z postaci wykładniczej.

Literatura

1. T.Jurlewicz, Zb.Skoczylas: Algebra liniowa. Definicje, twierdzenia, wzory. Matematyka dla studentów Politechniki Wrocławskiej.
2. T.Jurlewicz, Zb.Skoczylas: Ćwiczenia z algebry liniowej 1. Matematyka dla studentów Politechniki Wrocławskiej.
3. T.Trajdos: Matematyka, cz. III.
4. R.Leitner: Zarys matematyki wyższej, cz. 1.
5. Wł. Stankiewicz: Zadania z matematyki dla wyższych uczelni technicznych, cz.1.