

ĆWICZENIA Z ALGEBRY LINIOWEJ I GEOMETRII ANALITYCZNEJ
Zestaw IV: układy równań liniowych

1. Rozwiązać układy równań metodą Cramera:

$$a) \begin{cases} x + 2y - z = 1 \\ 3x + y + z = 2 \\ x - 5z = 0 \end{cases}, \quad b) \begin{cases} x - 2y + 3z = -7 \\ 3x + y + 4z = 5 \\ 2x + 5y + z = 18 \end{cases},$$

2. Stosując wzory Cramera obliczyć niewiadomą y z układu równań:

$$\begin{cases} x + y + z + t = 0 \\ y + z + t = 1 \\ x + 2y + 3z = 2 \\ y + 2z + 3t = -2 \end{cases}$$

3. Dla jakich wartości parametru $m \in R$, układ jest układem Cramera:

$$\begin{cases} 3x + z = 1 \\ mx - my + z = -m \\ x + my + z = 3 \end{cases}$$

4. Znaleźć dwoma sposobami rząd macierzy:

- (a) wskazując minor maksymalnego stopnia,
- (b) doprowadzając do macierzy diagonalnej,

$$\begin{bmatrix} 3 & 9 & -6 \\ 1 & 3 & -2 \\ -2 & -6 & 4 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & -1 \\ 3 & 1 & 5 & 2 \\ 2 & 1 & 3 & 1 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

5. W podanych układach równań określić (nie rozwiązując ich) liczbę rozwiązań oraz liczbę parametrów:

$$a) \begin{cases} x - y + 2z + t = 1 \\ 3x + y + z - t = 2 \\ 5x - y + 5z + t = 4 \end{cases}, \quad b) \begin{cases} 2x + 2y - z + t = 1 \\ x - y - z + 3t = 2 \\ 3x + 5y - 4z - t = 0 \end{cases},$$

6. Dla jakich wartości parametru $p \in R$, układ równań:

$$\begin{cases} x + 2y = 6 \\ 2x + y = 9 \\ x + y = p \end{cases}$$

ma rozwiązanie? Rozwiązać układ dla wyznaczonych wartości parametru p .

7. Podać liczbę rozwiązań w zależności od parametru p i q :

$$a) \begin{cases} 6x + 4z - 2 = 0 \\ x + py + z - 3 = 0 \\ px - py + z + p = 0 \end{cases}, \quad b) \begin{cases} 6x + py + 4z = 4p \\ 3x + y + 2z = p \\ 6px + y + 4z = 4 \end{cases}, \quad c) \begin{cases} x - 2y - z = 1 \\ 2x + y + pz = 2 \\ qx + 2y - z = 0 \\ 3x - 2y + z = 1 \end{cases}.$$

8. Rozwiązać układy równań dowolną metodą:

$$a) \begin{cases} x + 2y - z = 0 \\ x - y + z = 2 \\ 3x + z = 4 \end{cases}, \quad b) \begin{cases} x + 2y + 3z = 0 \\ -x + y - 2z = 1 \\ x + 5y + 4z = 0 \end{cases}, \quad c) \begin{cases} x - y - z + t = 0 \\ x + y + z - t = 0 \\ x + y - z + t = 0 \end{cases},$$
$$d) \begin{cases} x - y + z = 0 \\ x + y - z = 0 \\ x + 3y - 3z = 0 \\ y - z = 0 \\ x + y + z = 0 \end{cases}, \quad e) \begin{cases} 2x - y = 1 \\ z + t = 2 \end{cases}, \quad f) \begin{cases} x + y + z = 2 \\ x - z = 0 \\ y - z = -1 \\ x - y = 1 \\ x - y - z = 0 \end{cases}.$$