

LISTA 10: równania różniczkowe zwyczajne II rzędu

1. Rozwiązać równania różniczkowe rzędu 2 przez dwukrotne całkowanie przy danych warunkach początkowych:

$$a) y'' = (x - 2)e^x, \quad y(0) = y'(0) = 1, \quad b) y'' = x^5, \quad y(0) = y'(0) = 2.$$

2. Rozwiązać równania stosując podstawienia:

$$a) (x - 3)y'' + y' = 0, \quad b) yy'' - (y')^2 = y^3, \quad c) yy'' - (y')^2 = y'.$$

3. Wyznaczyć układy fundamentalne podanych równań, jeżeli znane są ich rozwiązania szczególne:

$$a) x^3 y'' + xy' - y = 0, \quad y_1(x) = x, \quad b) xy'' + 2y' + xy = 0, \quad y_1(x) = \frac{\sin x}{x}.$$

4. Wyznaczyć rozwiązanie szczególne podanych równań liniowych niejednorodnych, jeżeli znane są układy fundamentalne ich równań jednorodnych:

$$a) x^2(1 - \ln x)y'' + xy' - y = 0, \quad y_1(x) = \ln x, \quad y_2(x) = x, \quad y(1) = 2, \quad y'(1) = 1, \quad x \in (0, e),$$
$$b) (x - 1)y'' - xy' + y = 0, \quad y_1(x) = x, \quad y_2(x) = e^x, \quad x < 1.$$

5. Rozwiązać równania różniczkowe liniowe II rzędu jednorodne o stałych współczynnikach:

$$a) y'' - 2y = 0, \quad b) y'' + 4y' + 4y = 0, \quad c) y'' - 15y' - 16y = 0, \quad y(0) = y'(0) = 1.$$

6. Rozwiązać równania różniczkowe liniowe II rzędu niejednorodne o stałych współczynnikach:

$$a) y'' + 6y' + 5y = 25x^2 - 2, \quad b) y'' - 2y' + 10y = 37 \cos 3x,$$
$$c) y'' - 6y' + 9y = 3x - 8e^x, \quad d) y'' + 4y = 8e^x + \sin x,$$
$$e) y'' + 3y' + 2y = xe^x, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0.$$