

LISTA 5: całki oznaczone

1. Obliczyć całki oznaczone:

$$\int_1^4 \sqrt{x} dx, \quad \int_2^{2\sqrt{3}} \frac{dt}{4+t^2}, \quad \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}, \quad \int_0^3 e^{\frac{x}{3}} dx, \quad \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 4x dx.$$

2. Obliczyć wartości średnie podanych funkcji na wskazanych przedziałach:

- (a)  $f(x) = x^2$ ,  $\langle -1, 1 \rangle$ ,
- (b)  $f(x) = \ln x$   $\langle 1, e \rangle$ ,
- (c)  $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$ ,  $\langle -1, 1 \rangle$ ,
- (d)  $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$ ,  $\langle 0, 1 \rangle$ .

3. Uzasadnić (bez obliczania całek) równości:

$$\int_{-1}^1 e^{x^2} \sin x dx = 0; \quad \int_{-2}^2 x \sin^3 x dx = 2 \int_0^2 x \sin^3 x dx$$

4. Obliczyć pola obszarów ograniczonych liniami:

- (a) parabolą  $y = 6x - x^2$  i osią Ox,
- (b) hiperbolą  $xy = 6$  i prostą  $y = 7 - x$ ,
- (c) hiperbolą  $xy = 4$  i prostymi  $x = 1$ ,  $x = 4$ ,  $y = 0$ ,
- (d)  $y = \ln x$ ,  $x = e$ ,  $y = 0$ ,
- (e) parabolami:  $y = x^2$  i  $y = 2 - x^2$ ,
- (f) parabolą  $y = x^2 + 4x$  i prostą  $y = x + 4$ .