

LISTA 8: szeregi Fouriera

1. Dla podanych niżej funkcji zapisać ich szereg Fouriera w przedziale $(-\pi, \pi)$. W jakich punktach szereg ten jest zbieżny do wartości funkcji? Wyznaczyć sumę szeregu w punktach nieciągłości funkcji i na końcach przedziału.

$$f(x) = \begin{cases} -1 & \text{dla } -\pi < x \leq 0 \\ 1 & \text{dla } 0 < x \leq \pi \end{cases} \quad f(x) = \begin{cases} 0 & \text{dla } -\pi < x \leq 0 \\ x & \text{dla } 0 < x \leq \pi \end{cases}$$

$$f(x) = x^2$$

2. Zapisać cosinusowe i sinusowe szeregi Fouriera dla funkcji zadanych w przedziale $(0, \pi)$, przedłużając je parzyście lub nieparzyście na przedział $(-\pi, \pi)$:

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{dla } 0 < x \leq \frac{\pi}{2} \\ 0 & \text{dla } \frac{\pi}{2} \leq x < \pi \end{cases} \quad f(x) = \begin{cases} x & \text{dla } 0 < x \leq \frac{\pi}{2} \\ \pi - x & \text{dla } \frac{\pi}{2} < x \leq \pi \end{cases}$$

$$f(x) = x(\pi - x) \quad \text{dla } x \in (0, \pi), \quad f(x) = \sin \frac{x}{2} \quad \text{dla } x \in (0, \pi).$$

3. Zapisać szereg Fouriera podanych funkcji:

$$f(x) = |x| \quad \text{dla } x \in (-1, 1), \quad f(x) = 10 - x \quad \text{dla } x \in (5, 15).$$